

Fernanda Fernández Baroja
Ana María Llopis Paret
Carmen Pablo Marco

DISCALCULIA ESCOLAR



Índice

INTRODUCCIÓN9

PRIMERA PARTE: FUNDAMENTOS PSICOPEDAGÓGICOS DEL
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS 13

CAPÍTULO I. MADURACIÓN DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO..... 15

- Noción de conservación
- Nociones de reversibilidad y número
- Noción de espacio
- Noción de tiempo
- Lenguaje
- Atención y memoria
- Afectividad

CAPÍTULO II. CONTENIDOS BÁSICOS DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.....35

- Conceptos básicos
- Numeración
- Operaciones
- Resolución de problemas
- Geometría
- Esquemas

CAPÍTULO III. DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS.....55

- Enseñanza tradicional
- Enseñanza activa
- Nuevas tendencias didácticas.

CAPÍTULO IV. RECURSOS DIDÁCTICOS.....75

- Agrupamiento de alumnos
- Adaptación de los programas
- Material específico

SEGUNDA PARTE: DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	103
CAPÍTULO V. CAUSAS DEL FRACASO EN MATEMÁTICAS. ESTUDIO EXPERIMENTAL	105
CAPÍTULO VI. PROBLEMAS DE NIVEL INTELECTUAL	123
CAPÍTULO VII. ALTERACIONES EMOCIONALES	141
CAPÍTULO VIII. ALTERACIONES PERCEPTIVAS Y DE LENGUAJE	159
CAPÍTULO IX. PROBLEMAS DE APRENDIZAJE RELACIONADOS CON EL ENTORNO ...	189
CAPÍTULO X. DISCALCULIA	199
Concepto	
Tipos de discalculia	
Etiología	
TERCERA PARTE: TRATAMIENTO DE LAS DIFICULTADES DE APRENDIZAJE	211
CAPÍTULO XI. RECUPERACIÓN	213
Ejercicios generales de base psicológica	
Ejercicios específicos de cálculo y matemáticas.	
Modelos de unidades de recuperación según niveles.	
BIBLIOGRAFÍA	285

Introducción

Las matemáticas siempre se han considerado una materia de importancia vital en el curriculum escolar, tanto por su contribución al desarrollo cognitivo como por su utilidad para la vida.

Las matemáticas son muy complejas, abarcan un campo extenso y con numerosas ramificaciones, por lo que en su aprendizaje entra una gran cantidad de funciones y factores que explican su dificultad. Esto hace que no exista un criterio único para establecer los contenidos de enseñanza y su estructuración por etapas, ni sobre su misma finalidad. Para unos, el objetivo debe ser eminentemente práctico, de modo que proporcione exclusivamente un instrumento aplicable a la vida cotidiana, lo que podría llevar a eliminar todo lo que no fueran las cuatro operaciones básicas y la regla de tres, alegando que difícilmente se encuentran a lo largo de la vida ocasiones de emplear los conocimientos adquiridos. Para otros esto es secundario, siendo el objetivo primordial el enseñar a pensar, de modo que si se tiene en cuenta la relación existente entre pensamiento lógico y razonamiento matemático, tendrían que entrar en la enseñanza muchos contenidos de difícil aplicación utilitaria. Creemos que las dos finalidades son válidas y no se excluyen, sino que se complementan, por lo que al diseñar los programas se debe tener rigurosamente presente la evolución de la inteligencia del niño, sus intereses y afectividad, procurando que encuentre en la materia que debe aprender una proyección práctica que rehaga ver su utilidad. Coincidimos con G. Mialaret en que *«...los objetivos de la enseñanza de las matemáticas se determinan en función de tres elementos esenciales: la disciplina matemática, las necesidades de la sociedad en la cual se insertará el niño y las posibilidades psicológicas de este»*.

El aprendizaje de las matemáticas presenta el mayor índice de fracaso dentro del las disciplinas escolares. En el primer cuarto del siglo XX se empezó a manejar

el término de *discalculia* aplicado a una pérdida de la capacidad de contar que aparecía en enfermos neurológicos con una lesión cerebral determinada. Posteriormente se intentó ampliar este concepto a otras dificultades relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas. Pero, ¿es la discalculia la causa de todas las dificultades?

Las investigaciones han seguido dos caminos: el de las alteraciones neurológicas por un lado, y el estudio psicopedagógico de los factores que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas, por otro, para tratar de hallar las causas del fracaso.

Nosotras hemos querido hacer una pequeña aportación, partiendo de nuestra experiencia en diagnóstico y orientación de dificultades escolares; fruto de ese trabajo es el libro que presentamos. Pretendemos encontrar las causas de dicho fracaso, y para ello hemos analizado los elementos que entran en la enseñanza (contenidos, didáctica, maduración psicológica de los niños), junto a otros aspectos como el entorno socio-cultural y problemas específicos.

Su contenido está distribuido en tres partes:

En la primera, más teórica, se tratan los fundamentos psicopedagógicos de la enseñanza: la maduración del pensamiento lógico-matemático del niño, intentando comprobar si los contenidos básicos del curriculum se adaptan a él; la didáctica de las matemáticas, desde una perspectiva histórica hasta las tendencias actuales, junto a una exposición del material adecuado para llevar a cabo la enseñanza.

La segunda parte se centra en las dificultades del aprendizaje y sus causas. Partimos de un pequeño estudio experimental, a través del cual ha sido posible detectar y analizar los factores que condicionan el fracaso en matemáticas, y cómo se reflejan en los trabajos escolares. Hemos hallado que las dificultades se encuadran fundamentalmente dentro de cuatro grandes grupos: las debidas a un nivel mental bajo, a alteraciones perceptivas y de lenguaje, a trastornos emocionales y a problemas del entorno familiar o social. Por último, aunque no menos importante, damos un tratamiento especial al estudio de la discalculia, con las últimas investigaciones al respecto.

La tercera parte está dedicada al tratamiento de las dificultades. Basándonos también en nuestro trabajo como pedagogas, hemos elaborado unas directrices para la recuperación, con ejercicios variados que refuerzan las distintas funciones afectadas. Se trata más bien de un plan preventivo, por lo que está dirigido a niños que empiezan su escolaridad.

Las actividades están distribuidas en cuatro niveles teniendo en cuenta la edad de los niños y su evolución psíquica. Los dos primeros corresponden al segundo ciclo de Educación infantil, y los dos últimos al primer ciclo de Primaria. Los ejercicios están detallados en unas fichas de recuperación, publicadas por esta misma editorial.

El objetivo, tanto del libro como de las fichas, es ayudar a los profesores y a los padres que se ocupan de la difícil tarea de enseñar, con el deseo de que las orientaciones les sean de utilidad y faciliten su trabajo.

Primera Parte

Fundamentos psicopedagógicos del aprendizaje de las matemáticas

Maduración del pensamiento lógico-matemático
Contenidos básicos de la enseñanza de las matemáticas
Didáctica de las matemáticas
Recursos didácticos

Capítulo I

Maduración del pensamiento lógico-matemático

Editorial cep.es

Capítulo I. Maduración del pensamiento lógico-matemático

Las matemáticas están en estrecha relación con el pensamiento lógico. De ahí la importancia de la evolución de la mente para conseguir un correcto aprendizaje de esta materia.

Hay elementos en las matemáticas, especialmente los primeros conceptos, que van unidos, como el lenguaje, a la maduración. Las nociones de cantidad, ordenación, los conceptos de espacio y tiempo, entre otros, así como los términos verbales correspondientes, se adquieren a medida que el niño se desarrolla desde un punto de vista psico-físico. Este proceso se ve favorecido por los estímulos del exterior, bien procedentes del entorno natural (espacio, juguetes, familia), bien por el ambiente formal educativo dirigido a transmitir conocimientos. Interesa, pues, saber cómo se adquieren y se desarrollan las primeras nociones matemáticas, ya que son el fundamento de la enseñanza posterior.

En primer lugar vamos a estudiar cómo se desarrolla la noción de número, a partir de las de conservación y reversibilidad, así como los conceptos de espacio y tiempo; a continuación, cómo se adquiere el lenguaje de símbolos y signos necesario para operar y, finalmente, los procesos para llegar a interiorizar dichas nociones.

El aprendizaje sistemático requiere un esfuerzo por parte del alumno en el que intervienen unas funciones –atención y memoria– que se desarrollan también de acuerdo con la maduración.

Por último, conviene tener en cuenta la afectividad del niño, sus intereses, su estabilidad emocional, que pueden facilitar o dificultar la asimilación de los contenidos de la enseñanza.

Adquisición de las nociones de conservación, reversibilidad y número

Las matemáticas son, ante todo, una actividad mental. La utilización de números y signos sobre papel es sólo una ayuda para realizar las operaciones mentales de la misma forma que el niño poco hábil cuenta con los dedos o dibuja palitos junto a las sumas. De aquí se deduce que lo que interesa en primer lugar es la actividad mental: la formación del concepto de cantidad y de número y el desarrollo del pensamiento operatorio.

Tendemos a pensar que los números, los puntos, las líneas, así como las relaciones entre los objetos y las cantidades, son algo que el niño conoce de forma natural desde siempre, y a enseñarle, de acuerdo con esta idea, unas reglas que, en el mejor de los casos, aprende de memoria sin comprender. A ello contribuye el hecho de que, desde muy pequeño, contesta a la pregunta «¿cuántos años tienes?» levantando dos o tres deditos (porque se lo hemos enseñado), y es capaz de decir series de números, incluso hasta cantidades bastante altas, aunque también sea frecuente oírle series como «1-2-3-4-8-7 y 10», por ejemplo.

El que un niño repita oralmente series de números o diga los años que tiene no significa que posea la noción del número. Ésta se va alcanzando poco a poco, en función del desarrollo cognitivo y en relación con las nociones de cantidad, conservación y reversibilidad, las cuales, como todo el conocimiento, se adquieren a través de la acción. A través de todo el proceso, se pasa de una situación subjetiva, en la que el niño está centrado en su propio cuerpo y su propia acción, a otra objetiva, en la que le es posible, en la adolescencia, desenvolverse en un universo descentrado y lógico.

El niño pequeño no tiene conocimiento previo de las cosas y, por tanto, carece de un punto de referencia al que asociar sus percepciones y experiencias. Tiene la posibilidad de movimiento, cada vez mayor, y por tanto, de actuar sobre el mundo que le rodea. A base de tanteos, de ensayos y errores va construyendo una serie de esquemas motores, o esquemas de movimientos, que le permiten acceder al conocimiento de la realidad exterior y desarrollar su inteligencia.

De modo paulatino va reconociendo objetos y situaciones, calculando distancias, valorando las posibilidades de su cuerpo y la eficacia de sus acciones.

Por ejemplo, un bebé que aún no cuenta con la suficiente coordinación visomanual, al realizar una serie de movimientos provocados por la percepción de un juguete atractivo cercano a él, por casualidad lo alcanza. A esto sucede una serie de situaciones similares en las que el niño repite los movimientos de la misma manera, y consigue iguales resultados. Así se forma un esquema motor que le permite precisar su coordinación y que llegará a utilizar de forma intencionada, con la finalidad de alcanzar ese u otro juguete.. La repetición de la acción le ha proporcionado el conocimiento necesario para conseguir su propósito. Este conocimiento se consolida a base de numerosas repeticiones.

A partir de este momento evolutivo, el niño empieza una búsqueda de métodos nuevos, utilizando no ya los esquemas adquiridos, sino otros distintos, bien mediante tanteos exteriores, como antes, bien -y esto es un gran avance- mediante tanteos interiores. El niño va suprimiendo el movimiento real. Primero todavía lo esboza físicamente, hasta que llega un momento en que no lo necesita, porque es capaz de evocarlos, de representarlos mentalmente:

«Desde el punto de vista neurológico, la evocación interior de un movimiento desata las mismas ondas eléctricas, corticales (EEG) o musculares (EMG), que la ejecución material del movimiento, lo que equivale a decir que su evocación supone un esbozo de ese movimiento.»¹

El esquema sería:

- 1- Movimiento. Acción → Éxito.
- 2- Repetición de movimientos que le han llevado al éxito → Conocimiento.
- 3- Consolidación del conocimiento → Interiorización.

Este proceso es fundamental, ya que constituye el marco en el que se desarrollan todas las situaciones de aprendizaje, y muy especialmente el aprendizaje de las matemáticas.

A medida que aumenta su maduración neuropsíquica y, por tanto, sus posibilidades de movimiento y control de su propio cuerpo, el niño va estableciendo una serie de relaciones entre él y el mundo exterior, entre las cosas entre sí, y em-

1 J. Piaget y B. Inhelder: Psicología del niño. Ed. Morata. Madrid, 1969

prende nuevas acciones que le proporcionarán nuevos conocimientos. Jugando al escondite con objetos, por ejemplo, va a aprender que un juguete, aunque cambie de lugar y de posición, esté debajo de un pañuelo o detrás de un cojín, boca abajo o boca arriba, sigue siendo el mismo juguete, lo cual es el principio de la noción de conservación. Y va a comprobar también que en sus desplazamientos para buscarlo, puede recorrer un camino hacia un lugar y volver al punto de partida y a la situación inicial, con lo cual, actuando todavía sólo con su cuerpo en un periodo sensoriomotor, está estableciendo los rudimentos de la noción de reversibilidad, a la vez que comienza una exploración activa del espacio y del tiempo.

Por otra parte, el niño manipula objetos, los cambia de lugar, los agrupa, los separa, actúa sobre ellos. Es decir, actúa sobre la realidad exterior a él, la transforma de alguna manera, realizando así una actividad preoperatoria.

Hasta los 4 años pasa por un periodo de organización. Durante este tiempo, el niño realiza operaciones concretas, que afectan directamente a los objetos, sin llegar nunca a formularlas de forma numérica. Opera con la realidad, clasifica objetos según su color o forma, establece relaciones de orden según el tamaño o sus preferencias, percibe cualidades que le permiten establecer diferencias, y estas diferencias son las que le llevan a aprender que hay «muchas» o «pocas» cosas en un grupo, y a partir de aquí, que hay «más» o «menos», que un caramelo es «más grande» y otro «más pequeño», o que son «iguales». Así va estableciendo relaciones de equivalencia de color, de forma, de tamaño y de cantidad.

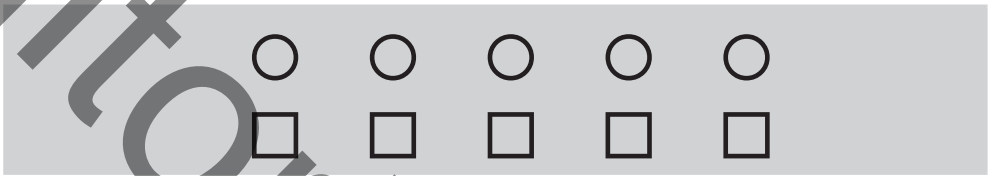
Lisa Feigenson ha investigado la posibilidad de que los niños tengan una representación precisa de pequeñas cantidades, antes de la adquisición de un lenguaje oral. Los resultados muestran que desde bebés distinguen cantidades muy pequeñas (de 1 a 3 objetos), asociadas a la comparación más/menos, y al espacio que ocupan, sin darles un tratamiento numérico.

El paso de este conocimiento intuitivo a la enumeración verbal se realiza entre los 2 y los 4 años. Empieza por aprender la serie numérica de los primeros dígitos por imitación memorística, sin hacer ninguna referencia a la cantidad.

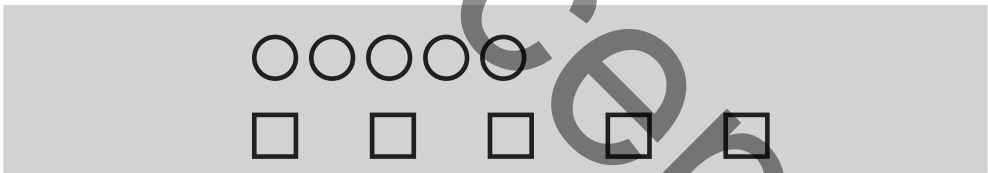
A los 4 años, la equivalencia es todavía muy rudimentaria y depende del espacio que ocupan los conjuntos de cosas que compara. Aún no es capaz de descom-

poner un conjunto de unidades y establecer correspondencias una a una entre los elementos que lo forman.

Así, por ejemplo, al presentarle a un niño de unos 5 años dos conjuntos de tacos y de bolas, alineados de forma que se correspondan término a término, y preguntarle si hay el mismo número de tacos que de bolas, contestará que sí.



Si a continuación se acorta la distancia entre las bolas, de forma que su conjunto lineal ocupe menos espacio que el de los tacos, y se le pregunta de nuevo que si hay el mismo número, responde que hay más tacos porque las bolas están más juntas. Incluso contando correctamente los tacos y las bolas y señalándolos con el dedo. El cardinal no significa nada para él, que depende todavía de su propia percepción espacial.



Igualmente las experiencias de Piaget nos muestran cómo es el espacio el que define la mayor o menor cantidad de materia. Por ejemplo, se le dan al niño dos bolas de plastilina iguales; después, a una de ellas se le da una forma alargada y se le pregunta al niño cuál tiene más plastilina. La respuesta es que la larga, precisamente «porque es más larga».

Se han hecho numerosas pruebas a este respecto, tanto con cantidades continuas (agua, arena) como con cantidades discontinuas (bolas, conchas). Los resultados son siempre similares: hasta los 6-7 años el niño no se da cuenta de que, a pesar de la modificación, la cantidad permanece constante. A partir de esta edad reconoce que la barra larga tiene la misma cantidad de plastilina que la bola, a pesar de la modificación de su forma; si se le pregunta por qué, puede dar varias

explicaciones, fundamentalmente que la barra puede convertirse de nuevo en bola –operación inversa–, o que lo que ha ganado en longitud lo ha perdido en grosor –operación recíproca–. Ambas operaciones constituyen los dos grupos básicos de la noción de *reversibilidad*, que junto a la de *conservación* constituyen el fundamento del pensamiento operatorio. Mientras el niño no posea estos conceptos con claridad, no puede realizar verdaderamente operaciones, a no ser de modo mecánico y sin llegar a comprender su significado.

Hasta llegar a la noción de conservación pasa por tres etapas: de *no conservación*, en que el niño cree siempre que ha variado la cantidad al cambiar la forma, el recipiente o la posición; de *transición*, en que el niño sólo en algunos casos determinados se da cuenta de que la cantidad no varía; y de *conservación*, en que es capaz de explicar de forma razonada que permanece la misma cantidad ; si proponemos el ejercicio anterior de los tacos y las bolas a un niño que haya alcanzado ya esta etapa, contestará que existe el mismo número de objetos en ambos casos, «pero que unos están más separados que otros», ya que no se ve condicionado engañosamente por sus propias percepciones que aísla de su posición espacial.

Manipulando y actuando sobre las cosas, comprueba que puede poner y quitar la tapa a una caja, y que caja y tapa forman un todo que puede dividirse y volverse a unir; que a sus muñecos les puede poner y quitar sombreros y zapatos, etc. De esta forma llegará a los dos conceptos básicos del pensamiento matemático: la conservación o invariabilidad del número y la reversibilidad de las operaciones. Cuando un alumno ha adquirido las nociones anteriores superando el egocentrismo intelectual, está en disposición de aprender matemáticas, porque a partir de ese momento su pensamiento se estructura de forma que le permite captar estas relaciones, no sólo en el instante mismo de la acción, sino en cualquier momento, pues es capaz de evocar, de representarse los movimientos necesarios. Además, al ser una representación mental, los movimientos no necesitan producirse sucesivamente, sino que lo hacen en la mente de forma simultánea.

Sin embargo, este logro, que constituye el esquema general de toda noción de conservación, no se consigue a la vez en todos los aspectos, ya que el pensamiento se encuentra todavía en un nivel de operaciones concretas, no lógicas, y no es capaz de inferir una ley general aplicable a todas las situaciones similares. Para

consolidar estos conocimientos e interiorizarlos, necesita repetir las operaciones realizadas. El esquema sensomotor de adquisición de conocimiento se reproduce en todo proceso cognitivo.

Hacia los 7 u 8 años alcanza la noción de conservación de cantidad, pero hasta los 9 o 10 no adquiere la de peso, y hasta los 11 o 12 la de volumen, y ambas, como la primera, después de numerosas y variadas experiencias.

Adquisición de la noción de espacio

Los conceptos de espacio y tiempo son también básicos para la comprensión de las matemáticas, pero su elaboración es lenta, especialmente la del tiempo.

El conocimiento del espacio tiene su origen en el conocimiento del propio cuerpo. El bebé no se distingue a sí mismo del mundo exterior, y sólo existen para él unos elementos aislados, centrados en alguna parte del cuerpo, principalmente la boca y las: manos, con los que realiza sus primeras experimentaciones. Como dice W. Stern:

«El lactante conquista el espacio próximo merced a sus movimientos y percepciones. Al principio se constituyen espacios de acción aislados, sólo débilmente ligados entre sí: el espacio de la boca, el espacio de presión, etc.). Cada uno de estos espacios forma, al comienzo, un sistema de movimiento egocéntrico dirigido a la actividad propia. Poco a poco, las esferas de acción aisladas (chupar, coger, ver oír) se ligan unas con otras tan ampliamente que, por fin, hacia la terminación del primero y, sobre todo, al comienzo del segundo año, se origina un sistema espacial sensomotor objetivo en forma de grupos de movimiento en sentido geométrico. El niño descubre, por ejemplo, que podemos alcanzar un punto en el espacio por dos caminos diferentes y que cuando retrocedemos al punto de partida el cambio de lugar se anula en cierto modo.»²

2 Citado en K. Lovell: Didáctica de las matemáticas. Morata. Madrid, 1969

Efectivamente, en esta etapa no hay diferencia para el niño entre yo y no-yo, todo es lo mismo y sólo va penetrando en el conocimiento del mundo exterior a base de acciones y movimientos corporales con los que se orienta y va constituyendo el espacio que se extiende a su alrededor. A los 2 años el niño tiene un conocimiento fragmentario de su esquema corporal: identifica y nombra algunas partes destacadas (cabeza, ojos, nariz, boca, manos, pies). Hasta los 3 ó 4 años no tiene noción de unidad, aunque sea muy rudimentaria, y hasta los 6 años no se forma una concepción de sí mismo como objeto distinto de los demás.

Las primeras relaciones espaciales que capta están, pues, en relación consigo mismo, con su conocimiento del esquema corporal y sus exploraciones activas. De este modo aprende las nociones topológicas de proximidad-lejanía, arriba-abajo (cabeza-pies), delante-detrás (pecho-espalda), derecha-izquierda, nociones estas dos últimas que el niño alcanza más tarde debido a su relación con el proceso de lateralización, que no se completa hasta los 6 años. A esta edad aprende a distinguir los conceptos de derecha e izquierda, pero sólo en sí mismo; no los proyectará en el espacio exterior hasta más tarde, cuando se dé cuenta de la relatividad de las posiciones.

El conocimiento del esquema corporal tiene una importancia decisiva no sólo para establecer las primeras nociones espaciales que, al evolucionar, llevarán al niño al conocimiento de la geometría, sino también para la numeración. Se ha llegado a decir que, si utilizamos el sistema decimal, es porque tenemos diez dedos, ya que éstos son el instrumento más fácil y asequible para contar. En sus estudios sobre la *acalculia*, J. Gertsman describió un síndrome, que lleva su nombre, caracterizado por una asociación entre la incapacidad para la identificación de los dedos y la dificultad para el aprendizaje de los números.

De la misma forma en que antes de los 7-8 años, como hemos visto, un niño no es capaz de percibir la invariabilidad de la cantidad, tampoco capta que una forma o una línea permanecen iguales aunque cambie su posición en el espacio. Por ello, antes de diferenciar unas figuras geométricas de otras y de abstraer sus características, adquiere unas nociones más generales, como dentro-fuera -lo que le lleva a distinguir figuras cerradas de figuras abiertas-, juntos-separados, orden, etc.

A los 3 años los círculos y los cuadrados se representan gráficamente mediante una simple línea cerrada, sin forma determinada. Sólo se consigue el cuadrado,

con sus líneas rectas y ángulos iguales, a partir de los 4 años, y el rombo después de los 6.

A los 7 años empieza a distinguir con facilidad la línea horizontal de la vertical como ejes de referencia, y a reconocer triángulos semejantes, aunque tengan orientaciones diferentes.

Igual que va adquiriendo la noción de constancia de la cantidad, adquiere la de constancia de las formas espaciales, independientemente de su posición. Este descubrimiento le lleva a ese realismo *naif* que le hace dibujar las cosas como él sabe que son y no como las ve. Así, una mesa será siempre un cuadrado, sin ninguna perspectiva. Sus imágenes son estáticas, no anticipan el cambio que van a sufrir después del movimiento. Una vez terminado el proceso de lateralización y descubierta la relatividad de las posiciones, el niño puede apreciar cómo aparecen los objetos contemplados desde puntos de vista distintos, e incluso anticipar mentalmente el cambio. La perspectiva que, como todos los demás conocimientos, se deriva no de la mera percepción de los objetos sino de las acciones y operaciones que se realizan con ellos, empieza a descubrirse a los 9 años.

Otros conceptos importantes para el aprendizaje de las matemáticas, relacionados con la idea de espacio, son los de longitud y superficie y la posibilidad de medirlos.

En cuanto a la longitud, el niño tiene, al principio, una tendencia a considerarla de forma subjetiva: un camino será más largo o más corto según su estado afectivo o las expectativas respecto a lo que va a encontrar al final, y un edificio será más alto o más bajo según que lo vea de cerca o de lejos. Hacia los 4 ó 5 años empieza a sentir la necesidad de un instrumento para medir, y el primero que utiliza es, naturalmente, su propio cuerpo, bien entero, bien las palmas de las manos, los brazos, las piernas o los pies. Poco a poco va sustituyendo su cuerpo por un objeto, y a partir de los 7 años se aprecia una tendencia clara a emplear listones, cintas, etc. Así llega a la noción de unidad de medida, que está estrechamente ligada a la de número: un número incluye a los que están seriadamente por debajo de él, y una determinada longitud incluye a otra, más pequeña, aplicada repetidamente sobre ella.

Respecto al área, es un concepto más complejo que incluye la combinación de dos dimensiones y, por tanto, más difícil de conseguir. Inicialmente el niño se fija en una sola dimensión: esta mesa es más grande que aquella porque es más larga. Habrá que esperar más tiempo para que, a base de ejercicios, llegue a comprender la noción de superficie y la permanencia del área a través de cambios de forma, así como a utilizar unidades de medida para calcularla. Lo conseguirá hacia los 10 años.

Adquisición de la noción de tiempo

El concepto de tiempo es aún más complejo que el de espacio. Incluso los adultos tenemos dificultad para apreciar ciertos aspectos temporales, como la duración y la velocidad, y los valoramos subjetivamente. Con frecuencia se dice: «El tiempo es elástico», «Qué tarde tan larga», o «Se me ha hecho el día cortísimo». Para el niño, que vive en un mundo centrado en su propia subjetividad, con más motivo es imprecisa la noción de tiempo.

Al principio tiene sólo ciertas impresiones relacionadas con situaciones vitales importantes, como la de la alimentación, y organiza los distintos momentos de su vida de acuerdo con estas situaciones que se suceden periódicamente, de forma que una acción puede ser anticipatoria de otra. Por ejemplo, la visión de su abrigo anticipa la salida a la calle, o el baño le anticipa la cena. Sobre esta anticipación de situaciones, que suelen repetirse todos los días en el mismo orden, se va configurando la noción de tiempo. El orden es, pues, lo primero que se capta, y el tiempo se percibe como una sucesión ordenada de situaciones, de acciones y de transformaciones. La luz cambia, desaparece y vuelve a aparecer, y las experiencias cotidianas están ligadas a estos cambios: hay que levantarse, ir al colegio, comer, acostarse. Primero, el niño percibe los conocimientos como puntuales, momentáneos, constituyendo una seriación ordenada de elementos aislados. Después, van vivenciándose los intervalos que unen una situación con otra, y se asimila la noción de duración.

Hacia los 4 años los niños distinguen ya la mañana de la tarde, en función de las actividades que realizan durante una y otra, y se refieren a algunos acontecimientos temporales. El que utilicen un vocabulario en el que inter-

vienen palabras relativas al tiempo -igual que sucedía en lo referente a los números- no quiere decir que hayan adquirido esos conceptos. Ya hemos dicho que el niño, a los 2 años, levanta dos dedos si se le pregunta que cuántos años tiene, pero no sabe el significado de lo que está haciendo. A los 6 años ya comprende lo que significa tener un número determinado de años y que debe añadir uno más cada año que pasa, aunque no tiene todavía idea clara de la duración de ese periodo de tiempo. Sólo a través de la experiencia puede adquirir este concepto.

Los momentos en que está dividida su vida –primero en pequeños hitos (dormir, levantarse, comer), después en ciclos más grandes (vacaciones de verano, clases, Navidades...)– le marcan un ritmo que le proporciona las pautas necesarias para medir el tiempo. Con el cálculo del tiempo ocurre lo mismo que con el cálculo de las dimensiones espaciales. En un primer momento el niño comienza por hacerlo de una forma totalmente subjetiva, según que el intervalo de tiempo haya sido más o menos gratificante (esta valoración subjetiva permanece durante toda la vida). Después aparece un interés por averiguar la extensión de esos intervalos: «Cuánto falta para merendar», «para las vacaciones», etc., y de aquí se establece la conveniencia de utilizar el reloj o el calendario como instrumentos para realizar medidas objetivas.

A los 7-8 años puede aprender los días de la semana y los meses del año, así como a interpretar el reloj, aunque no lo comprenda plenamente. Empieza por aprender las horas enteras, después las medias y más adelante los cuartos de hora. Hasta los 9 o 10 años no, sabe explicar por qué hay dos manecillas en el reloj y el significado de cada una.

Los relojes digitales hacen más fácil la lectura de la hora, pero dificultan la comprensión del tiempo. La complicación aumenta si se pretende hacer comprender a los niños la equivalencia de los dos sistemas. En la vida ordinaria se dice coloquialmente: «Son las 3 de la tarde», y no «las 15». Y «son las 4 menos cuarto» y no «las 16, 45».

Por otra parte, con el giro de las manecillas se ve el paso del tiempo: hora, un giro completo, media hora, etc.

Desarrollo del lenguaje

Hasta aquí hemos hablado de la evolución del pensamiento del niño restringida a los aspectos que interesan directamente a la formación de conceptos matemáticos. Pero se ha soslayado un aspecto esencial que es el lenguaje. Se han contrapuesto con frecuencia matemáticas y lenguaje: el alumno, que va bien en matemáticas, va mal en lenguaje, y viceversa. Esto no es totalmente cierto. Las matemáticas y el lenguaje son las piedras en las que tropiezan por igual los alumnos con dificultades, los cuales terminan por pasar a ciclos superiores sin saber realizar bien las operaciones o los problemas y sin haber adquirido una lectura fluida y comprensiva. Los dos aprendizajes demandan componentes cognitivos similares y necesitan la misma capacidad de abstracción y simbolización. Tienen en común que ambos son las puertas por las que el niño accede al mundo de la ciencia y la cultura.

El lenguaje es un medio de comunicación que nos permite expresar algo que existe en la realidad o en nuestra mente por medio de unos signos fonéticos o escritos. Las matemáticas también expresan, mediante unos símbolos y signos especiales, las operaciones que se realizan en la realidad y en nuestra mente.

Hemos visto que el niño dice series de números, nombra los días de la semana y utiliza términos referentes a nociones lógico-matemáticas antes de elaborar intelectualmente estas nociones. Hay un contraste acusado, en los niños pequeños, entre el lenguaje que utilizan y la organización de su pensamiento. El lenguaje se adquiere dentro de un conjunto de conductas imitativas. Después de los ejercicios de fonación puramente motores de los primeros meses, el bebé empieza a imitar los sonidos que oye a su alrededor, lo que le permite diferenciarlos, a la vez que los asocia a la situación en que se producen (cariño, severidad, alegría), y esto hace que aumente su posibilidad de contacto y comunicación con los demás, ayudándole a desarrollar su conocimiento del mundo. No es que el lenguaje produzca el conocimiento, pero sí contribuye a precisar y configurar unos conceptos, que están demasiado unidos a la acción y al movimiento, y permite al sujeto liberarse de lo actual. El niño aprende por imitación un lenguaje ya totalmente elaborado que constituye un instrumento al servicio del pensamiento. Al conocimiento intuitivo de las primeras nociones de cantidad, le va aplicando los términos verbales correspondientes.

Para acceder a los conocimientos matemáticos es necesario que el desarrollo de la inteligencia capacite para comprender una serie de conceptos, pero también es necesario saber expresar esos conceptos. Las matemáticas requieren un lenguaje propio, un medio de expresar la realidad y las transformaciones que se ejercen sobre ella. A través de una serie de investigaciones desarrolladas por L. S. Vygotski sobre una hipótesis de A. R. Luria, se ha comprobado que el lenguaje influye de una manera decisiva en el aprendizaje, la socialización y la evolución del pensamiento. En su libro *Pensamiento y lenguaje*, Vygotski habla de cómo la actividad infantil se regula mediante estímulos verbales: el niño, sobre todo en edades comprendidas entre los 4 y los 7 años, al comentar verbalmente sus acciones, se hace consciente de ellas y, por tanto, tiene una mayor facilidad para fijarlas e interiorizarlas. Esto supone que el lenguaje tiene un importante papel de refuerzo en el aprendizaje que debe aprovecharse precisamente para la adquisición de contenidos matemáticos que implican un cierto nivel de abstracción.

Desde las investigaciones de L. S. Vygotski, parece cada vez más evidente que los procesos cognitivos superiores dependen, en gran medida, del lenguaje como medio de interacción social: los conceptos y significados matemáticos no se forman únicamente como resultado de un proceso individual de interiorización, sino que comportan una necesidad de comunicación que obliga a establecer unas convenciones y códigos inteligibles para los demás.

Por consiguiente, el lenguaje es esencial para el aprendizaje matemático, empezando por el lenguaje usual, cuyo dominio es previo al otro lenguaje, específico, más simbólico, propio de las matemáticas. Incluso éste es posterior al lenguaje escrito, de modo que, cronológicamente, se adquieren por el siguiente orden:

- 1.º Lenguaje oral.
- 2.º Lenguaje escrito.
- 3.º Lenguaje matemático.

Se aprende antes el lenguaje escrito que el matemático porque tiene una equivalencia más directa con el hablado. Los fonemas guardan una correspondencia mayor o menor, según los idiomas, con los signos gráficos que los representan. Pero el lenguaje matemático es muy abstracto, sus signos no se corresponden con los del lenguaje oral, sino que los resumen. Esquematizan la realidad y también

sintetizan procesos mentales. La acción de apartar tres lápices, y después cuatro, para contarlos todos juntos a continuación, se expresa en lenguaje usual, oral o escrito de la siguiente manera:

- «Cojo tres lápices»
- «Añado otros cuatro»
- «Ahora tengo siete lápices»

En lenguaje matemático se reduce a:

$$3 + 4 = 7$$

Es decir, que para pasar de la acción, de la operación concreta que se realiza en la realidad, a su expresión matemática, es necesario primero tener un vocabulario de uso adecuado que vaya perdiendo el carácter subjetivo de los primeros años para objetivarse y hacerse asequible a los demás. El lenguaje objetivo y comprensible por todos le ayuda a pasar de la acción a la representación, del manejo de objetos a la utilización de símbolos representativos de dichos objetos, lo cual le abre el camino al uso de símbolos y signos matemáticos.

Desarrollo de las funciones de atención y memoria

Partiendo de la existencia de las condiciones estudiadas con anterioridad, se puede iniciar la enseñanza de las matemáticas propiamente dichas, que como dice Mialaret «trata de desarrollar en el alumno de forma progresiva los marcos lógicos indispensables para la práctica correcta de las matemáticas».³

Para poder progresar en esa enseñanza, el alumno tiene que conocer los sistemas de numeración, las tablas, los signos...Hasta aquí nos hemos encontrado con una tarea relativamente fácil, de ayuda al proceso madurativo. Ahora nos enfrentamos con la labor de enseñarle al niño un aspecto más árido de las matemáticas, y pedirle un esfuerzo para asimilar y retener lo que aprende. Para ello tiene que desarrollar dos funciones cognitivas necesarias en todo aprendizaje: la atención y la memoria.

3 G. Mialaret. Las Matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan.. Ed. Visor.

La atención es selectiva, previa a la incorporación de la información a la conciencia: rechaza lo que de alguna manera no se incluye dentro del marco de la comprensión o motivación del sujeto y da paso a aquellos contenidos afines a sus intereses y capacidades. La atención también puede ser atraída hacia otros aspectos que le son ajenos en principio mediante estímulos adecuados.

El adulto puede enfocar voluntariamente su atención al campo que él determine o que el entorno le demande. Por el contrario, la atención del niño no es voluntaria. Sigue a sus gustos y sus aficiones, cambia de dirección con frecuencia y es difícil de mantener. Elige su objeto y permanece fija en él en función del interés que le ofrece.

En cuanto a la memoria, como ha puesto de manifiesto la psicología cognitiva, no consiste en un simple almacenamiento pasivo de datos, sino, además, en un procesamiento activo de los mismos, estableciendo jerarquías y redes de asociación. Este hecho vuelve a poner de relieve la importancia de los procesos mnésicos en el aprendizaje, que desarrollan la capacidad de evocar.

La memoria también es selectiva, depende del interés y, por tanto, de la atención, y por supuesto, de que el contenido que hay que recordar sea previamente comprendido y asimilado, de tal manera que en el momento oportuno pueda recuperarse lo archivado y utilizarlo convenientemente.

A todos nos ha sorprendido la facilidad con que los niños aprenden nombres de deportistas o de cantantes frente a lo que les cuesta aprender la tabla de multiplicar, y muchos padres y profesores han comentado que si «aplicaran su memoria a lo que deben, obtendrían mejores resultados». Pero esto sólo indica que estamos intentando que aprendan algo fuera de sus centros de interés.

Todo lo anterior lleva a la consideración de que, al diseñar una determinada situación de aprendizaje, hay que tener en cuenta los mecanismos que rigen las funciones cognitivas básicas de atención y memoria. Dado que las matemáticas resultan con frecuencia poco atractivas y desligadas de los intereses de los alumnos, debe procurarse encontrar formas de ofrecer sus contenidos de manera incitante, agradable y lúdica. En principio, hay que hacer que los contenidos sean en sí mismos atractivos para los alumnos y supongan un estímulo para su atención,

lo que se conseguirá si desde el comienzo se hace explícita su funcionalidad para la vida cotidiana; a la vez, la forma de presentarlos debe ser activa y participativa, de modo que atraigan y mantengan el interés. Igualmente se favorece la memorización si los nuevos aprendizajes se presentan en conexión con los conocimientos previos del alumno y se aprenden de forma creativa y dinámica. Incluso aprendizajes monótonos que exigen esfuerzo de atención y de memoria, como los de las tablas de operaciones, pueden ser aceptados mejor si se combinan con intereses e incentivos que ayuden a su retención y faciliten su evocación.

Si a los niños se les enseña a ser observadores, a prestar atención a pequeños detalles que pueden ser importantes, a retener y evocar datos, especialmente numéricos, en relación con su ámbito personal (número de teléfono, matrícula del coche, etc.), se les va entrenando gratamente para la mecanización de operaciones de cálculo mental y resolución de problemas.

Afectividad

Aunque aparentemente la afectividad no tiene relación con los procesos cognitivos que inciden en el desarrollo del pensamiento matemático, sin embargo sí influyen en todos los aprendizajes escolares.

En los primeros años infantiles, la afectividad tiene toda la vida psíquica, y lo que aprende el niño, y cómo lo aprende, depende en gran medida de las emociones que le suscite. Hemos visto la importancia de la acción en la formación del pensamiento, pero la acción no se puede desligar de la afectividad.

Desde el periodo sensomotor hasta que empieza la escolaridad, el niño pasa por una serie de situaciones emocionales –separación y objetivación de la madre, proceso de identificación, iniciación del intercambio social– que debe asimilar para conseguir un equilibrio socio-afectivo que le ayude a superar el egocentrismo de las primeras edades, salir fuera de sí mismo y mirar el mundo de forma más objetiva. Al interesarse por el mundo exterior, tanto por los objetos como por las personas, está en mejor disposición para centrarse en los aprendizajes escolares. Si se produce alguna alteración de la afectividad –dificultades de comunicación, regresiones o cualquier trastorno que modifique la evolución

normal— repercutirá en todo su psiquismo, influyendo de forma negativa en el resto de los factores.

Si se puede iniciar una enseñanza sistemática en torno a los 6 años, es porque el niño, en esta edad, tiene una cierta estabilidad emocional junto a los niveles madurativos y cognitivos que la hacen factible.

A partir de los 11 años, el chico, o la chica que incluso empieza antes, puede encontrarse con desajustes en su rendimiento intelectual, debidos en parte a problemas afectivos propios de su edad. Se encuentra en el momento de la pubertad, con el cambio biológico y psicológico que esto supone, y que proyecta en toda su dinámica personal.

Estas transformaciones son significativas por su diversidad y porque abarcan toda la personalidad. Constantemente se están liberando potenciales emocionales nuevos, lo que provoca un reajuste continuo entre el organismo y el medio que le rodea.. Estos cambios y reajustes son tan potentes que absorben por completo la atención, que los muchachos dirigen hacia sí mismos y sus propios problemas, alejándolos de los contenidos escolares. Es relativamente habitual que durante estos años puberales se observe un descenso significativo en el rendimiento escolar; y de forma más patente en el estudio de las matemáticas, no por falta de capacidad o de interés, sino por las tensiones emocionales que acaparan su atención. Si a esto se añade algún tipo de desajuste afectivo o familiar, las dificultades se agravan.

Es una edad de crisis, que tanto la familia como el profesorado deben tratar de comprender para ayudar a su superación.

En definitiva, es necesaria una interacción de todos los factores que intervienen en la evolución, para que sea posible el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Según Piaget, «lo que sorprende, en el curso de este largo período de preparación, y luego de constitución de las operaciones concretas, es la unidad funcional... que enlaza en un todo las reacciones cognoscitivas, lúdicas, sociales y morales»⁴.

4 J.Piaget y B. Inhelder. Psicología del niño. Ed. Morata, Madrid, 1969

Cuadro N° 1

EJES CURRICULARES CORRESPONDIENTES A APRENDIZAJES MATEMÁTICOS FUNDAMENTALES						
Años	Conservación	Reversibilidad	Número	Espacio	Tiempo	Lenguaje
2	Objeto.	No hay concepto.	No hay concepto.	<ul style="list-style-type: none"> - Partes del cuerpo. - Exploraciones. 	<ul style="list-style-type: none"> - Impresiones ligadas a momentos claves. 	Palabra-frase.
4-6	Materia: varía con cambios.		Varía con cambios espaciales.	<ul style="list-style-type: none"> - Esquema corporal: <ul style="list-style-type: none"> • Arriba-abajo. • Delante-detrás. • Cerca-lejos. • Dentro-fuera. • Derecha-izquierda. - Necesidad de medida. 	<ul style="list-style-type: none"> - Mañana-tarde-noche. - Periodos del día en función de actividades. - Periodos del año. - Interés por la duración. - Conveniencia de medida. 	Lenguaje oral como comunicación social.
7-8	Materia: no varía con cambios.	La operación puede invertirse.	Compuesto de unidades y constante.	<ul style="list-style-type: none"> - Horizontal-vertical. - Forma geométrica: no varía con cambios de posición. - Medidas objetivas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Ciclos temporales. - Medidas objetivas: reloj, calendario. 	<ul style="list-style-type: none"> - Lenguaje escrito. - Lenguaje matemático.
9-10	Peso: no varía con cambios.			<ul style="list-style-type: none"> - Perspectiva. - Área: no varía con cambios de forma. 		
11-12	Volumen: no varía con cambios.					

El aprendizaje de las matemáticas presenta el mayor índice de fracaso dentro de las disciplinas escolares. En el primer cuarto del siglo XX se empezó a manejar el término de *discalculia* aplicado a una pérdida de la capacidad de contar que aparecía en enfermos neurológicos con una lesión cerebral determinada. Posteriormente se intentó ampliar este concepto a otras dificultades relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas. Pero, ¿es la discalculia la causa de todas las dificultades?

Las investigaciones han seguido dos caminos: el de las alteraciones neurológicas por un lado, y el estudio psicopedagógico de los factores que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas, por otro, para tratar de hallar las causas de fracaso.

En este libro se hace una aportación, partiendo de la experiencia en diagnóstico y orientación de dificultades escolares; fruto de ese trabajo es el libro que presentamos. Se pretende encontrar las causas de dicho fracaso, y para ello se analizan los elementos que entran en la enseñanza (contenidos, didáctica, maduración psicológica de los niños), junto a otros aspectos como el entorno socio-cultural y problemas específicos.



CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN PREESCOLAR Y ESPECIAL

General Pardiñas, 95 - 28006 Madrid
Telf.: 91 562 65 24 - Fax: 91 564 03 54
clientes@editorialcepe www.editorialcepe.es